



## 「フリス」と「kQ」

豊橋技術科学大学 教授 おおひら たかし  
大平 孝



### 1. 電波はどこまで届くのか

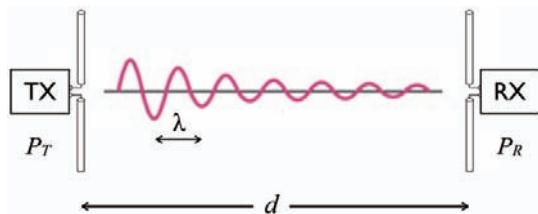
自由空間中で電波が一体どれくらいの距離まで伝搬するのか。この素朴な疑問に答えを出したのがフリスの式

$$\eta = \frac{P_R}{P_T} = G_T \left( \frac{\lambda}{4\pi d} \right)^2 G_R \quad (1)$$

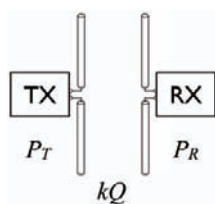
である<sup>[1]</sup>。これを用いれば送った電力 $P_T$ に対する受け取れる電力 $P_R$ の比(すなわち伝送効率 $\eta$ )を見積もることができる。この計算に關与するファクタは

- 送電アンテナ利得： $G_T$
- 波長： $\lambda$
- 送受間距離： $d$
- 受電アンテナ利得： $G_R$

である。伝搬距離の2乗に反比例して電力が減衰していく。電力が同じなら波長が長い(すなわち周波数が低い)方が遠方まで届く。



(a) 遠方界伝搬



(b) 近傍界結合

■ 図1. ワイヤレス伝送系の基本構成

フリスが前提としたワイヤレス伝送系の基本構成を図1(a)に示す。波長やアンテナ寸法に比べて送受間距離がはるかに長い「遠方界伝搬」である。言い換えると、遠方という状況でのみ上記フリスの式が使えるのである。

では同図(b)のように送受間距離が近い場合、フリスの式に替わってどのような法則が伝送性能を支配するのだろうか。それを次章で述べる。

### 2. 近傍結合の基本則

送電から受電までの空間距離が波長に比べて短い、つまり近傍界で結合させるワイヤレス伝送系を図1(b)に示す。このように近傍に配置された送電アンテナと受電アンテナの一对を「ワイヤレス結合器」あるいは単に「結合器」と呼ぶ。

結合器の伝送効率 $\eta$ はフリスの式に替わり

$$\eta = \frac{P_R}{P_T} \leq \frac{\rho - 1}{\rho + 1} \quad (2)$$

で与えられる<sup>[2]</sup>。等式ではなく不等式となっているのは $\eta$ が右辺の値を超えることができないことを意味する(シャノンの通信定理がデータ速度の上限を与えるのと同様の捉え方)。

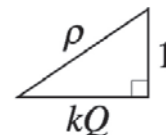
一般に $\eta$ は結合器のみならず受電負荷インピーダンス(図1ではRXの入力インピーダンス)に依存する。 $\eta$ が最も高くなるような負荷インピーダンスがただ1つだけ存在し、そのときに上式の等号が成立する。このときの $\eta$ をその結合器の「最大電力伝送効率 $\eta_{max}$ 」と呼ぶ。

$\eta_{max}$ を決定するファクタは唯一「kQ」である。その関係は媒介変数 $\rho$ を用いて

$$\eta_{max} = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} \quad \text{[kQ第1則]} \quad (3)$$
$$\rho = \sqrt{1 + (kQ)^2}$$

と表される。第1式は $\rho$ の一次分関数(VSWR公式と同形)、第2式は図2に示すピタゴラスの定理としてどちらも極めてエレガントである。

kQはその結合器固有の性能を示す評価指標である。結合器の材料・構造及びそれらの相対位置関係が決まればkQが一義的に決まる。kQの計算方法を次章で述べる。



■ 図2. kQの直角三角形

■ 表1. kQから $\eta_{max}$ への換算数値例

kQ	0	1	2.2	4.7	10	22	47	100	$\infty$
$\eta_{max}$ [%]	0	17	41	66	82	91	96	98	100



### 3. 一般化kQ

結合系のkQを計算する最もシンプルかつ汎用的な公式は

$$kQ = \frac{|Z_{21}|}{\sqrt{S}} \quad [\text{kQ第2則}] \quad (4)$$

である<sup>[2][3]</sup>。分子と分母はそれぞれ結合系の伝達インピーダンスの絶対値

$$|Z_{21}| = \sqrt{R_{21}^2 + X_{21}^2} \quad (5)$$

並びに等価スカラ抵抗

$$\sqrt{S} = \sqrt{R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21}} \quad (6)$$

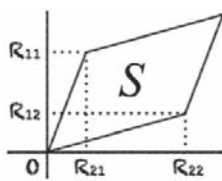
である。式(5)と(6)の幾何的表示をそれぞれ図3と図4に示す。これらはいずれも結合系の2ポートZ行列の要素(4端子Zパラメータ)

$$\begin{aligned} Z_{11} &= R_{11} + jX_{11}, & Z_{12} &= R_{12} + jX_{12} \\ Z_{21} &= R_{21} + jX_{21}, & Z_{22} &= R_{22} + jX_{22} \end{aligned} \quad (7)$$

から計算される。ここでjは虚数単位 $\sqrt{-1}$ である。これら4つの複素数は結合系の材料と形状から電磁界解析するか、あるいは現物をベクトルネットワークアナライザで計測することで数値的に得られる。



■図3. 伝達インピーダンスの直角三角形



■図4. 等価スカラ抵抗の平行四辺形

注釈:kQは式(3)と(4)からわかるように $k \times Q$ ではなく一体で扱うべき物理量である。既存概念としての結合係数kやQファクタが定義できないような複雑な構造の結合系においてもkQは算出される<sup>[4]</sup>。

### 4. 磁界方式

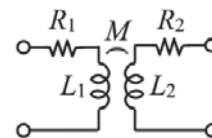
一般に2つのコイルを隣接して配置するとそれらの間に鎖交磁力線による結合が生じる。磁界結合現象を利用したワイヤレス電力伝送の実験例を図5に示す。送電器・受電器



■図5. 磁界結合で白熱電球を点灯する実験(出典:文献[5])

は直径400mm、長さ860/810mmのソレノイドである。kQ理論に基づいて設計試作した結果、送受間隔1mで60Wの白熱電球を煌々と輝かせることに成功した<sup>[5]</sup>。

ここでは解析を簡単にするため、図5の磁界結合系を図6に示すシンプルな等価回路でモデル化してみよう。一次側巻線の自己インダクタンスを $L_1$ 、巻線抵抗を $R_1$ と書く。二次側も同様とする。これらが相互インダクタンス $M$ で結合されている。



■図6. 磁界結合の等価回路

これを2ポート回路網とみるとZ行列の要素は

$$\begin{aligned} Z_{11} &= R_1 + j\omega L_1, & Z_{12} &= j\omega M \\ Z_{21} &= j\omega M, & Z_{22} &= R_2 + j\omega L_2 \end{aligned} \quad (8)$$

となる。 $\omega = 2\pi f$ は所望伝送角周波数である。これを式(5)に代入すると伝達インピーダンスが

$$|Z_{21}| = \omega M \quad (9)$$

となる。同じく式(6)に代入すると等価スカラ抵抗が

$$\sqrt{S} = \sqrt{R_1 R_2} \quad (10)$$

となる。これらを式(4)に代入することにより最終的に

$$kQ = \frac{\omega M}{\sqrt{R_1 R_2}} \quad (11)$$

が得られる。これが磁界結合のkQ公式である。

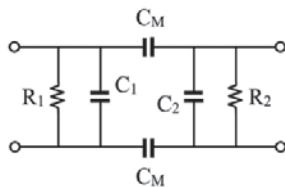


## 5. 電界方式

互いに向かい合う平板電極の間に電圧を印加すると電極を結ぶ電気力線が発生する。これを2組用いることで電界結合WPTが構成できる<sup>[4]</sup>。電界結合は磁界結合に比べて結合器構造が極めてシンプルである。その上、磁界結合で深刻な問題となる漏洩磁界、近接金属での渦電流発生、横方向の位置ずれ問題などを解決することが期待できる。

このような優位性があるにも関わらずこれまで電界方式の報告例は比較的少なかった。その要因の一つに設計理論が未成熟だったことが挙げられる。ここ10年で我が国が世界をリードする形で電界方式の理論構築が急速に進んだ。それを象徴するのが第3章で述べた「一般化kQ理論」である<sup>[2][3]</sup>。

この理論によって電界方式WPTの設計効率が飛躍的に向上した。モバイル機器充電のような小電力はもちろんのこと、キロワット級の電気自動車への走行中給電にも適用可能性が実証されるに至った<sup>[6][7][8]</sup>。ここでは一般化kQ積を用いることで前章の磁界結合の場合と同様に電界結合の理論説明が可能であることを述べる。



■図7. 電界結合の等価回路

電界結合の等価回路を図7に示す。対向する2組の平板電極の静電容量を $C_M$ とする。一次側及び二次側のポートにおける寄生容量をそれぞれ $C_1$ 、 $C_2$ と書く。また各ポートの絶縁抵抗をそれぞれ $R_1$ 、 $R_2$ と書く。図6で説明した手続きと同様に図7を2ポート回路網とみなす。ただし、この場合は並列に接続されている素子が多いのでインピーダンスよりもアドミタンスで表示の方が簡明である。

式(6)で示した電圧と電流を逆転した関係式

$$\begin{aligned} i_1 &= Y_{11}v_1 + Y_{12}v_2 \\ i_2 &= Y_{21}v_1 + Y_{22}v_2 \end{aligned} \quad (15)$$

を用いる。式(7)と同様に各Yパラメータを実部と虚部に分解して

$$\begin{aligned} Y_{11} &= G_{11} + jB_{11}, \quad Y_{12} = G_{12} + jB_{12} \\ Y_{21} &= G_{21} + jB_{21}, \quad Y_{22} = G_{22} + jB_{22} \end{aligned} \quad (16)$$

と表現する。これを図7に示した回路網に適用するとYパラメータは

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{1}{R_1} + j\omega \left( C_1 + \frac{1}{2}C_M \right) \\ Y_{12} = Y_{21} &= \frac{1}{2}j\omega C_M \end{aligned} \quad (17)$$

$$Y_{22} = \frac{1}{R_2} + j\omega \left( C_2 + \frac{1}{2}C_M \right)$$

となる<sup>[2][3][6]</sup>。これより伝達アドミタンスが

$$|Y_{21}| = \sqrt{G_{21}^2 + B_{21}^2} = \frac{1}{2}\omega C_M \quad (18)$$

となる。同じく等価スカラコンダクタンスが

$$\sqrt{S} = \sqrt{G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}} = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2}} \quad (19)$$

となる。これらより最終的に

$$kQ = \frac{|Y_{21}|}{\sqrt{S}} = \frac{1}{2}\omega C_M \sqrt{R_1R_2} \quad (20)$$

が得られる。これが電界結合のkQ公式である。

## 6. ワイヤレス電気自動車

電気自動車(EV)の普及を妨げている本質はバッテリーの充電時間が長いことである。長距離ドライブの途中で充電ステーションに長時間停車することを余儀なくされる。地球に優しいEVを購入しない理由がここにある。

高性能バッテリーの研究開発に力が注がれている。しかし皮肉なことに搭載バッテリーが大容量になればなるほど充電時間が長くなる。例えば、ガソリン車なら数分間で満タン給油し東京から大阪まで走行できる。同じ距離をEVで走行するには約100kWhのエネルギーが必要である。これを数分間で充電するにはメガワット級すなわち非現実的な電力設備が必要となることが容易に計算できる。

このような背景から走行中給電の意義が認識され始めた。つまり短時間急速充電ではなく、走りながら連続的に給電するというパラダイムシフトである。走行中給電を実現するには停車中充電とは全く異なる技術開発が必要となる。なぜなら停車中用に開発されたWPT送電器を離散的に並べるという構成では、車両が送電コイルの直上を通過する瞬間だけでしか効率よく充電できないからである。発



想を大きく転換し、道路に沿って連続的に給電できる方式が望まれる。

EVのワイヤレス充電は当初「磁界共鳴方式」で規格が策定された。しかし残念なことに、それは実際のEVには全く採用されなかった。その理由は、重量物である大型コイルと大型フェライトを車両に搭載することが非現実的だったからである。自動車の重量増は運動性能劣化やエネルギー効率低下を招くのである。

車載重量を大きく増やすことなく、かつ、連続的な給電走行を実現するブレークスルーとして我が国独自の技術である「タイヤ経由電力伝送 (V-WPT)」が提案された。現在、豊橋技術科学大学と大成建設がその実証研究を進めている。テストコース施工途中の様子を図8 (a)に示す。長尺の

ステンレス板2枚をレールのように敷設し、その上をアスファルトで舗装する。走行する車両のタイヤ内スチールベルトと上記鉄板レールとの間に生じる静電容量を用いてキロワット級の電力を伝送する。

通常EVはバッテリーを搭載するが、この実証ではワイヤレス電力だけでモーター走行している証拠としてEVから車載バッテリーを取り外した。埋設鉄板に13.56MHzの高周波電力を与えた瞬間を図8 (b)に示す。報道カメラが見守る中、電界結合EVが力強く加速した。EVの連続的なワイヤレス給電走行はこれが世界初である<sup>[7][8][9]</sup>。

## 謝辞

写真を提供いただきました文献 [5] 著者富井里一様に謝意を表します。

(2018年12月6日 ITU-R研究会より)



(a) 鉄板レール埋設工程 (この上をアスファルトで全面舗装する)



(b) バッテリーレスEVが連続給電走行

■ 図8. 電化道路電気自動車「EVER」の実証

## 参考文献

- [1] H.T. Friis, "A note on a simple transmission formula," Proc. IRE, vol.34, pp.254-256, May 1946.
- [2] T. Ohira, "Power transfer theory on linear passive two-port systems," IEICE Transactions Electronics, vol. E101-C, no.10, pp. 719-726, Oct. 2018.
- [3] T. Ohira, "The kQ product as viewed by an analog circuit engineer," IEEE Circuits and Systems Magazine, vol.17, no.1, pp. 27-32, Feb. 2017.
- [4] T. Ohira and N. Sakai, "Dipole antenna pair revisited from kQ product and Poincare distance for wireless power transfer," IEEE Conference Antenna Measurement Applications, pp.363-366, Tsukuba, Dec. 2017.
- [5] 富井里一, "kQ測定機能のご紹介と7MHz帯ヘリカルMLAによるWPT実験," RFワールド, no.44, pp.111-121, Nov. 2018.
- [6] 大平 孝, "電界結合ワイヤレス電力伝送," MOTORエレクトロニクス, no.10, pp.93-102, April 2019.
- [7] 崎原孫周, "電気自動車へワイヤレス給電するための道路インフラ: 電化道路の開発," 大成建設技術センター報, no.50, p.14, Dec. 2017.
- [8] 野澤哲生, "道路が電源になる日," 日経エレクトロニクス, no.1167, pp.48-51, May 2016.
- [9] 久米秀尚, "1人乗りEVを使った屋外実験に成功," 日経Automotive, vol.63, pp.31-33, June 2016.